

ГЛАВА 10. ВЫЧИСЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ И ЭКВИВАЛЕНТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

При расчете строительных конструкций нет необходимости определять напряжения по всем площадкам, проходящим через данную точку, а достаточно знать минимальные и максимальные значения напряжений. Минимальные и максимальные нормальные напряжения называются главными напряжениями, а площадки, на которых они действуют, называются главными площадками.

10.1 ГЛАВНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Компоненты напряжений, определенные для трех взаимно перпендикулярных площадок, полностью характеризуют напряженное состояние в точке [10.1], то есть позволяют вычислить компоненты вектора напряжений на площадках, произвольно ориентированных относительно выбранной системы координат (рисунок 10.1).

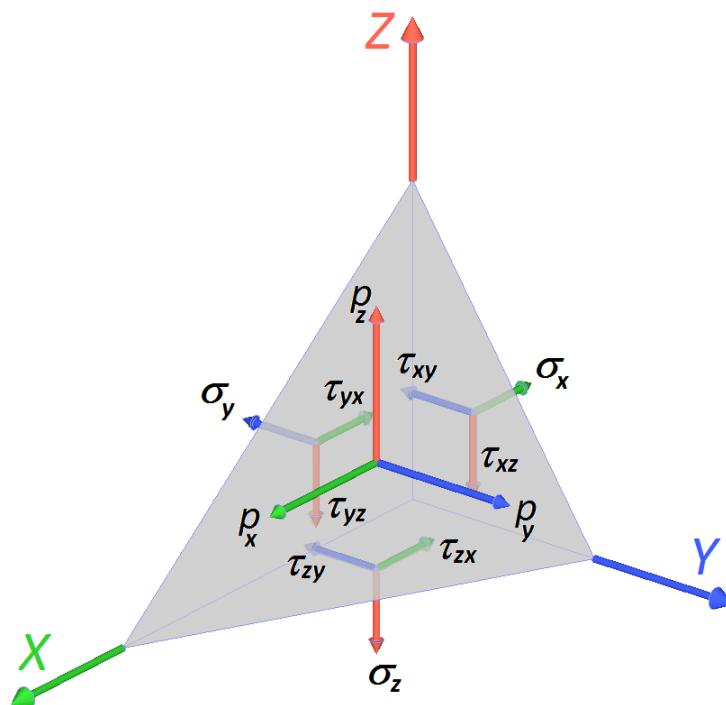



Рисунок 10.1 Элементарный четырехгранник с компонентами напряженного состояния

 Нормальные напряжения обозначают буквой σ с индексом, соответствующим нормали к площадке, на которой они действуют. Касательные напряжения обозначают буквой τ с двумя индексами: первый соответствует нормали к площадке, а второй – направлению самого напряжения.

Считаем, что плоскость, пересекающая координатные оси имеет единичный вектор нормали \vec{n} с компонентами n_x, n_y, n_z . На гранях полученного таким образом бесконечно малого тетраэдра действуют напряжения, показанные на рисунке 10.1. При этом вектор напряжений \vec{p} на наклонной площадке разложен на составляющие p_x, p_y, p_z вдоль координатных осей.

Площади граней, ортогональных координатным осям и вектору нормали, обозначим соответственно dF_x , dF_y , dF_z , dF_p . Эти площади связаны между собой соотношениями

$$dF_x = dF_p \cdot n_x, \quad dF_y = dF_p \cdot n_y, \quad dF_z = dF_p \cdot n_z, \quad (10.1)$$

вытекающими из того, что грани, ортогональные координатным осям, являются проекциями наклонной площадки на соответствующую координатную плоскость.

Проектируя силы, действующие на гранях элементарного тетраэдра, на координатные оси, получим уравнения равновесия для рассматриваемого объема. Например, проекции всех поверхностных сил на ось X дают

$$p_x dF - \sigma_x dF_x - \tau_{yx} dF_y - \tau_{zx} dF_z = 0.$$

С учетом соотношений (10.1) после сокращения на dF_p получим уравнение, связывающее проекцию p_x вектора напряжений с соответствующими компонентами тензора напряжений. Объединяя это уравнение с двумя аналогичными уравнениями, полученными проектированием сил на оси Y и Z , приходим к следующим соотношениям

$$\begin{aligned} p_x &= \sigma_x n_x + \tau_{yx} n_y + \tau_{zx} n_z, \\ p_y &= \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{zy} n_z, \\ p_z &= \tau_{xz} n_x + \tau_{yz} n_y + \sigma_z n_z, \end{aligned} \quad (10.2)$$

носящим название формул Коши. Эти формулы определяют вектор напряжений на произвольно выбранной площадке с вектором \vec{p} через компоненты тензора напряжений $[\sigma]$

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix},$$

из которых, согласно закона парности касательных напряжений,

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx},$$

независимыми будут только шесть компонент напряжений [10.2]

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}.$$

Формулы (10.2) позволяют вычислить через компоненты тензора напряжений:

- полное напряжение

$$p_n = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}; \quad (10.3)$$

- нормальное напряжение

$$\sigma_n = p_x n_x + p_y n_y + p_z n_z; \quad (10.4)$$

- касательное напряжение

$$\tau_n = \sqrt{p_n^2 - \sigma_n^2}. \quad (10.5)$$

Среди всех возможных направлений вектора нормали \vec{n} существуют такие направления, для которых вектор напряжений \vec{p} параллелен вектору \vec{n} . На соответствующих площадках действуют только нормальные напряжения, а касательные напряжения отсутствуют – такие площадки называются главными, а нормальные напряжения на этих площадках называются

главными напряжениями. Пусть площадка с единичным вектором нормали является главной. Условия коллинеарности векторов \vec{p} и \vec{n} есть условия пропорциональности их компонент

$$p_x = \sigma \cdot n_x, p_y = \sigma \cdot n_y, p_z = \sigma \cdot n_z.$$

С учетом формул Коши получим систему линейных однородных уравнений относительно неизвестных компонент n_x, n_y, n_z вектора нормали к главной площадке

$$\begin{aligned} (\sigma_x - \sigma)n_x + \tau_{yx}n_y + \tau_{zx}n_z &= 0, \\ \tau_{xy}n_x + (\sigma_y - \sigma)n_y + \tau_{zy}n_z &= 0, \\ \tau_{xz}n_x + \tau_{yz}n_y + (\sigma_z - \sigma)n_z &= 0. \end{aligned} \quad (10.6)$$

Эта система уравнений имеет ненулевое решение, если определитель, составленный из коэффициентов уравнений, обращается в нуль

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0. \quad (10.7)$$

Раскрывая определитель, приходим к кубическому уравнению относительно главного напряжения σ

$$\sigma^3 - J_1\sigma^2 + J_2\sigma - J_3 = 0. \quad (10.8)$$

Для коэффициентов здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} J_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \\ J_2 &= \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2, \\ J_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2. \end{aligned} \quad (10.9)$$

Уравнение (10.7) называется характеристическим уравнением для тензора напряжений. Коэффициенты (10.9) этого уравнения называются инвариантами тензора напряжений. Решение кубического уравнения (10.8) имеет три вещественных корня $\sigma_i, i=1,2,3$, которые обычно упорядочиваются $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

Каждому значению σ_i соответствует вектор \vec{n}_i , характеризующий положение i -й главной площадки, с компонентами n_{ix}, n_{iy}, n_{iz} . Для нахождения этих компонент достаточно в уравнения (10.6) подставить найденное значение σ_i и решить любые два из этих уравнений совместно с условием нормировки

$$n_{ix}^2 + n_{iy}^2 + n_{iz}^2 = 1.$$

Решив систему (10.6) трижды, получим матрицу направляющих косинусов

$$[A] = \begin{bmatrix} n_{1x} & n_{1y} & n_{1z} \\ n_{2x} & n_{2y} & n_{2z} \\ n_{3x} & n_{3y} & n_{3z} \end{bmatrix}. \quad (10.10)$$

Направление главных напряжений также может быть определено тремя Эйлеровыми углами относительно местной системы координат (рисунок 10.2):

- θ (угол нутации) – угол между положительными направлениями осей OZ_1 и σ_3

$(0 \leq \theta \leq \pi)$;

- ψ (угол прецессии) – угол между осью OX_1 и осью OA (линия пересечения плоскостей X_1OY_1 и $\sigma_1O\sigma_2$), положительное направление которой выбирается так, что OA , OZ_1 и σ_1 образуют правую тройку. Угол ψ отсчитывается от оси OX_1 к оси OY_1 ($0 \leq \psi \leq 2\pi$);

- φ (угол чистого вращения) – угол между осями OA и σ_1 отсчитывается от оси σ_1 к σ_2 ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$).

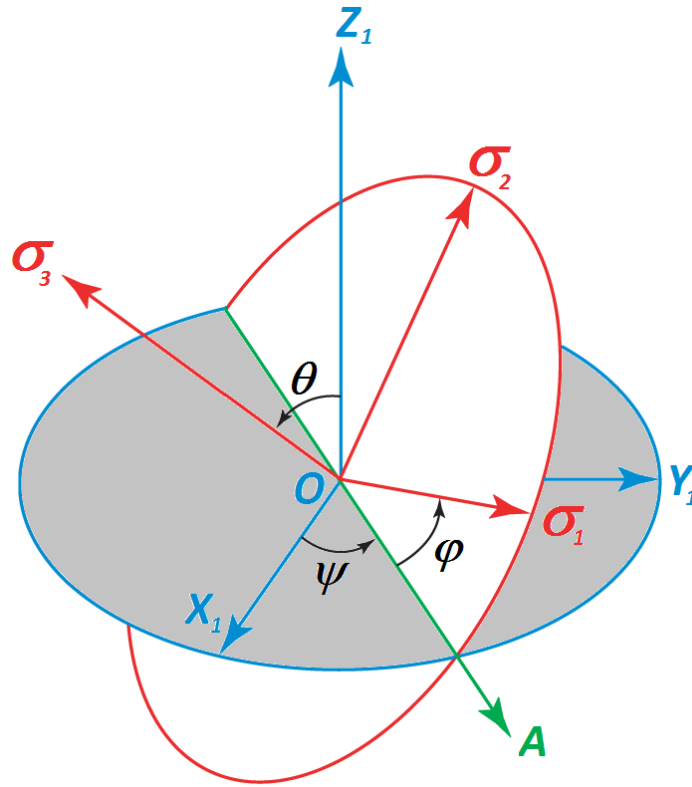


Рисунок 10.2 Эйлеравые углы относительно местной системы координат

Значения углов Эйлера определяются так: $\theta = \arccos(n_{3z})$. При $\theta = 0$, $\varphi = 0$, $\psi = \arcsin(n_{1y})$, причем если $n_{1x} < 0$, то $\psi = \pi - \arcsin(n_{1y})$. Если $\psi < 0$, то $\psi = \psi + 2\pi$.

При $\theta \neq 0$ $\psi = \arcsin\left(\frac{n_{3x}}{\sqrt{1-n_{3z}^2}}\right)$, причем, если $\left(-\frac{n_{3y}}{\sqrt{1-n_{3z}^2}}\right) < 0$, то $\psi = \pi - \arcsin\left(\frac{n_{3x}}{\sqrt{1-n_{3z}^2}}\right)$. Если $\psi < 0$, то $\psi = \psi + 2\pi$.

Далее $\varphi = \arcsin\left(\frac{n_{3z}}{\sqrt{1-n_{3z}^2}}\right)$, причем если $\left(\frac{n_{2z}}{\sqrt{1-n_{3z}^2}}\right) < 0$, то $\varphi = \pi - \arcsin\left(\frac{n_{3z}}{\sqrt{1-n_{3z}^2}}\right)$. Если $\varphi < 0$, то $\varphi = \varphi + 2\pi$.

Согласно закону Гука, в направлении каждого главного напряжения происходит продольная деформация, одновременно, согласно эффекту Пуассона, в поперечных направлениях происходят противоположные по знаку деформации. Таким образом, в каждом из трех направлений происходит по одной продольной и по две поперечных деформации. Складывая эти деформации, получим главные суммарные относительные удлинения в направлении главных напряжений.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)],$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)],$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)].$$

Для изотропного тела угловые деформации не влияют на линейные деформации и наоборот.

Для характеристики напряженно-деформированного состояния производится вычисление параметра Лодэ–Надаи, характеризующего вид напряженно-деформированного состояния [10.3]


$$\mu = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1. \quad (10.11)$$

Значение параметра Лодэ–Надаи характеризует при

$\mu = 1$ – чистое сжатие;

$\mu = 0$ – чистый сдвиг;

$\mu = -1$ – чистое растяжение.

 Главные напряжения обладают важным свойством: по сравнению со всеми другими площадками, нормальные напряжения на главных площадках принимают экстремальные значения. Для доказательства этого свойства достаточно исследовать на экстремум нормальное напряжение как функцию n_x , n_y , n_z при дополнительном ограничении. Можно показать, что три главные площадки, соответствующие главным напряжениям $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, взаимно перпендикулярны или, что то же самое, векторы \bar{n}_i и \bar{n}_j , соответствующие различным значениям i и j , ортогональны. Условие ортогональности имеет вид

$$n_{ix}n_{jx} + n_{iy}n_{jy} + n_{iz}n_{jz} = 0, \quad (i \neq j).$$

Кубическое уравнение (10.8) можно переписать в виде

$$(\sigma_1 - \sigma)(\sigma_2 - \sigma)(\sigma_3 - \sigma) = 0.$$

Приводя это уравнение к виду (10.8), получим следующие выражения для инвариантов (10.9) через главные напряжения

$$J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad J_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3, \quad J_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3.$$

Термин «инвариантность» обозначает независимость некоторой величины от выбора системы координат. Введем понятие среднего напряжения (гидростатическое давление)

$$\sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3.$$

Тензор напряжений можно представить в виде суммы двух тензоров $[\sigma] = [\mathfrak{S}] + [\tilde{\mathfrak{d}}]$, где

$$[\mathfrak{S}] = \begin{bmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{bmatrix}, \quad [\tilde{\mathfrak{d}}] = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_0 & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_0 \end{bmatrix}.$$

Первый тензор называется шаровым, он характеризует изменение объема тела без изменения его формы. Второй тензор, называемый девиатором, характеризует изменение

формы. Особенностью девиатора напряжений является равенство нулю его первого инварианта

$$J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z - 3\sigma_0 = 0.$$

Пространственная задача теории упругости

Для решения пространственной задачи теории упругости предназначены объемные конечные элементы. Для них с использованием выше приведенных формул вычисляются:

- главные напряжения σ_1 , σ_2 и σ_3 ;
- углы Эйлера θ , ψ и φ ;
- максимальное касательное напряжение $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$;
- главные деформации ε_1 , ε_2 и ε_3 ;
- параметр Лодэ–Надаи μ .

Определение главных напряжений в этом случае производится из решения кубического уравнения, построенного для девиатора напряжений

$$S^3 + pS + q = 0, \tag{10.12}$$

где

$$\begin{aligned} p &= (S_x S_y + S_x S_z + S_y S_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2), \\ q &= -(S_x S_y S_z + 2\tau_{xy} \tau_{xz} \tau_{yz} - S_x \tau_{yz}^2 - S_y \tau_{xz}^2 - S_z \tau_{xy}^2), \\ S_x &= \sigma_x - \sigma_0, \quad S_y = \sigma_y - \sigma_0, \quad S_z = \sigma_z - \sigma_0, \\ \sigma_0 &= (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3, \quad S_x + S_y + S_z = 0. \end{aligned}$$

Корни уравнения (10.12)

$$\begin{aligned} S_1 &= 2 \cdot \sqrt{\left| \frac{p}{3} \right|} \cdot \cos(\omega), \\ S_3 &= -2 \cdot \sqrt{\left| \frac{p}{3} \right|} \cdot \cos\left(\omega + \frac{\pi}{3}\right), \\ S_2 &= -2 \cdot \sqrt{\left| \frac{p}{3} \right|} \cdot \cos\left(\omega - \frac{\pi}{3}\right), \end{aligned} \tag{10.13}$$

где

$$\omega = \frac{1}{3} \arccos \left(- \frac{q}{2 \cdot \sqrt{\left| \frac{p}{3} \right|} \cdot \left| \frac{p}{3} \right|} \right).$$

Главные напряжения в этом случае пересчитываются по формуле

$$\sigma_i = S_i + \sigma_0. \tag{10.14}$$

Затем вычисляются направляющие косинусы углов наклона главных напряжений к осям местной системы координат КЭ. Поочередно решается три системы уравнений вида (10.6).

Плоская задача теории упругости

Моделируется плоское напряженное состояние в плоскости X_1OZ_1 . Характеристическое уравнение в случае плоского напряженного состояния имеет вид

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0,$$

а в случае плоской деформации

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & \sigma_y - \sigma & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0.$$

Главные напряжения вычисляются на срединной поверхности в центре тяжести каждого конечного элемента. В случае плоского напряженного состояния главные напряжения равны

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}, \quad \sigma_2 = 0, \quad (10.15)$$

а в случае плоской деформации

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}, \quad \sigma_2 = \sigma_y. \quad (10.16)$$

Угол наклона наибольшего главного напряжения σ_1 к оси OX_1

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_x}{\tau_{xz}}\right), \quad (10.17)$$

если $\tau_{xz} = 0$, то считается, что направление главных площадок совпадает с осями согласованной системы координат элемента, то есть $\varphi = 0$.

КЭ плиты

Моделируется напряженное состояние в плоскости X_1OY_1 , характеризующееся изгибными усилиями. Осевые напряжения вычисляются для нижней и верхней поверхностей:

$$\sigma_x^{B/H} = \pm \frac{6M_x}{h^2}, \quad \sigma_y^{B/H} = \pm \frac{6M_y}{h^2}, \quad \tau_{xy}^{B/H} = \pm \frac{6M_{xy}}{h^2}, \quad (10.18)$$

где h – толщина плиты.

Главные напряжения и углы их наклона вычисляются по формулам (10.15) и (10.17).

В срединной поверхности возникают касательные напряжения

$$\tau_{xz} = 1.5 \frac{Q_x}{h}, \quad \tau_{yz} = 1.5 \frac{Q_y}{h}, \quad (10.19)$$

которые при вычислении главных напряжений игнорируются.

КЭ оболочки

Моделируется напряженное состояние (в плоскости X_1OY_1), характеризующееся нормальными и касательными напряжениями в срединной поверхности, а также изгибными усилиями.

Осевые напряжения вычисляются для нижней и верхней поверхностей

$$\sigma_x^{B/H} = N_x \pm \frac{6M_x}{h^2}, \quad \sigma_y^{B/H} = N_y \pm \frac{6M_y}{h^2}, \quad \tau_{xy}^{B/H} = N_{xy} \pm \frac{6M_{xy}}{h^2}, \quad (10.20)$$

Главные напряжения для этих поверхностей и углы их наклона вычисляются по формулам (10.15) и (10.17).

В срединной поверхности игнорируется влияние напряжений τ_{xz} , τ_{yz} (10.19) от перерезывающих сил.

10.2 ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

В случае расчета на прочность простых напряженных состояний, в частности, одноосное напряженное состояние и состояние чистого сдвига, задача является сравнительно простой, так как эти напряженные состояния воспроизводятся при испытаниях на растяжение и на кручение стержней. И об опасности действующих напряжений можно судить, сопоставляя их с экспериментально полученной величиной (с пределом текучести для пластических материалов или с временным сопротивлением для хрупких тел). Но чаще встречаются случаи, когда напряженное состояние не одноосное, а сложное. Проводить испытания материалов при сложном напряженном состоянии технически невозможно из-за бесконечного числа этих напряженных состояний. Поэтому был избран путь: сведение сложного напряженного состояния к эквивалентному ему простому, одноосному и сравнение эквивалентного напряжения с предельным одноосным, определяемым экспериментально. При сведении сложного напряженного состояния к эквивалентному обычно используется некоторый критерий прочности – теория прочности. Теории прочности дают возможность находить эквивалентное напряженное состояние как функцию одного, двух или всех трех главных напряжений.

Определение истинной причины разрушения материала является труднейшей задачей, что не позволило создать единую общую теорию прочности и повлекло за собой появление многих теорий прочности, каждая из которых основывается на своем критерии о причинах разрушения материала [10.4].

В таблице 10.1 приведены характеристики реализованных теорий прочности.

Таблица 10.1

№ п/п	Наименование теории прочности	Формула	Геометрическая интерпретация	Примечания
1	2	3	4	5
1	Наибольших главных напряжений	$\sigma_E = \sigma_1,$ $\sigma_S = \sigma_3$	Куб с центром, смещенным относительно начала координат в сторону гидростатического давления	Исторически первая теория прочности – предложенная Г.Галилеем. Удовлетворительно описывает предельное состояние весьма хрупких, достаточно однородных материалов, таких как стекло, гипс, некоторые виды керамики
2	Наибольших главных деформаций	$\sigma_E = \sigma_1 - \nu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3),$ $\sigma_S = \sigma_3 - \nu \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)$	Равносторонний косоугольный параллелепипед с осью симметрии, равнонаклоненной к координатным осям	Предложена Э.Мариоттом и развита Б.Сен-Венаном. Ввиду малой достоверности в настоящее время почти не применяется


Продолжение таблицы 10.1

1	2	3	4	5
3	Наибольших касательных напряжений	$\sigma_E = \sigma_1 - \sigma_3,$ $\sigma_S = 0$	Правильная шестигранная призма, равнонаклоненная к осям координат	Предложена Ш. Кулоном. Удовлетворительно описывает предельное состояние пластичных малоупрочняющихся материалов (отпущенные стали), для которых характерна локализация пластических деформаций
4	Энергетическая	$\sigma_E = \sigma_i,$ $\sigma_S = 0$	Круговой цилиндр, описанный вокруг призмы, интерпретирующей теорию максимальных касательных напряжений	Предложена М.Губером, Г.Генки, Р.Мизесом. Хорошо описывает предельное состояние широкого класса пластичных материалов (медь, никель, алюминий, углеродистые и хромоникелевые стали)
5	Теория О. Мора	$\sigma_E = \sigma_1 - \chi \cdot \sigma_3,$ $\sigma_S = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\chi}$	Шестигранная равнонаклоненная к осям пирамида	Применяется для установления предельного состояния достаточно однородных материалов, по разному сопротивляющихся растяжению и сжатию
6	Друккера – Прагера	При $\sigma_0 \leq 0$ $\sigma_E = (\chi - 1) \cdot \sigma_0 + \frac{\sigma_i}{3} (\chi + 2).$ При $\sigma_0 > 0$ $\sigma_E = \left(1 - \frac{1}{\chi}\right) \cdot \sigma_0 + \frac{\sigma_i}{3} \left(1 + \frac{2}{\chi}\right).$ $\sigma_S = 0$	Двуполостной параболоид вращения, равнонаклоненный к осям координат	Удовлетворительно описывает предельное состояние сравнительно пластичных материалов, для которых параметр $\chi > 0.3$
7	Писаренко – Лебедева	$\alpha = \frac{27 J_3}{2 \sigma_i^3} \text{ при } \sigma_i \leq 0 - \alpha = 0.$ При $\sigma_0 \leq 0$ $\sigma_E = (\chi - 1) \sigma_0 + \frac{\sigma_i}{3} \left[3 - (1 - \chi) (\sqrt{3} \cos \psi - \sin \psi) \right].$ При $\sigma_0 > 0$ $\sigma_E = \left(1 - \frac{1}{\chi}\right) \sigma_0 + \frac{\sigma_i}{3 \chi} \left[3 - (1 - \chi) (\sqrt{3} \cos \psi - \sin \psi) \right].$ $\sigma_S = 0$	Коническая поверхность, описанная вокруг пирамиды Мора. В сечении октаэдрической плоскостью – равносторонний криволинейный треугольник	Хорошо описывает предельное состояние широкого класса достаточно однородных конструкционных материалов. При $R_t = R_c$ преобразуется в энергетическую теорию. В случае, когда $R_t \ll R_c$ (весьма хрупкие материалы), результаты вычислений практически совпадают с данными расчета по теории наибольших главных напряжений


Продолжение таблицы 10.1

1	2	3	4	5
8	Гениева	При $\sigma_0 \leq 0$ $\sigma_E = -3\sigma_0(1-\chi) + \beta\sigma_i^2$. При $\sigma_0 > 0$ $\sigma_E = -3\sigma_0\left(\frac{1}{\chi}-1\right) + \frac{\beta}{\chi}\sigma_i^2$. $\sigma_S = 0$	—	Хорошо описывает предельное состояние бетона
9	Кулона – Мора	$\sigma_E = (1-\chi)\left(\sigma_0 - \frac{\sigma_i \sin \psi}{3}\right) +$ $+(1+\chi)\frac{\sigma_i \cos \psi}{\sqrt{3}}$, $\sigma_S = 0$	—	Грунт
10	Боткина	$\sigma_E = \frac{1}{2}[3\sigma_0(1-\chi) + \sigma_i(1-\chi)]$, $\sigma_S = 0$	—	Грунт
Условные обозначения σ_E – эквивалентное напряжение при растяжении; σ_S – эквивалентное напряжение при сжатии; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения; $\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ – среднее напряжение; $\sigma_i = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$ – интенсивность напряжений; $\alpha = \frac{27 J_3}{2\sigma_i^3}, \psi = \frac{1}{3} \arcsin(\alpha), J_3 = (\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_2 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0)$; σ_t, σ_c – предельные напряжения растяжения и сжатия, для грунтов $\sigma_t = \frac{2C \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}, \sigma_c = \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$; C – сцепление; φ – угол внутреннего трения; $\chi = \frac{ \sigma_t }{ \sigma_c }, \beta = \frac{1}{ \sigma_c }$.				

Вычисление главных и эквивалентных напряжений в пластинчатых и объемных конечных элементах по усилиям от отдельных загрузений, а также по расчетным сочетаниям загрузений (РСН) или по расчетным сочетаниям усилий (PCY) производится в момент вывода этой информации на экран.

Для визуализации главных и эквивалентных напряжений в пластинчатых конечных элементах в результатах расчета предусмотрен режим **Главные и эквивалентные напряжения пластин**, вход в режим осуществляется с помощью пункта меню **Результаты** ⇒ **Главные и эквивалентные напряжения пластин** (кнопка  на панели инструментов).

Для визуализации главных и эквивалентных напряжений в объемных конечных элементах в результатах расчета предусмотрен режим **Главные и эквивалентные напряжения объ-**

емных элементов, вход в режим осуществляется с помощью пункта меню **Результаты** ⇒ **Главные и эквивалентные напряжения объемных элементов** (кнопка  на панели инструментов).

Режимы подробно описаны в п. **3.4.**